

УДК 550.373

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ИНФРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В ОКЕАНИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2008 г. С. В. Сёмкин, В. П. Смагин, В. Н. Савченко

*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, Владивосток*

*e-mail: Li15@rambler.ru*

Поступила в редакцию 18.07.2007 г.

После доработки 20.12.2007 г.

Рассмотрено магнитное поле, генерируемое акустической волной, распространяющейся в океаническом волноводе. Показано, что индуцированное поле наиболее существенно при частотах, когда существует только первая нормальная мода. В этом частотном диапазоне получены и проанализированы зависимости компонент индуцированного поля от глубины, частоты, и направления геомагнитного поля. Рассмотрена возможность определения координат сильного подводного землетрясения по магнитному полю акустических волн.

PACS: 43.20.Mv

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Многие процессы в Мировом океане, такие как подводные землетрясения, извержения вулканов, подводные взрывы и т.д., сопровождаются генерацией звуковых волн в толще воды. Многочисленные наблюдения, например, [Мурти, 1981] свидетельствуют о том, что подводные землетрясения, способные вызывать цунами, имеют магнитуду не менее семи баллов. Такие землетрясения одновременно являются и мощным источником короткопериодных (0.5–1.5 с) звуковых волн в воде [Мурти, 1981]. На распространение длинных акустических волн в океане определяющее влияние оказывает существование дна и свободной поверхности, что может приводить к волноводному распространению звука. В частности, существуют акустические моды, распространяющиеся на большие (100–1000 км) расстояния без диссипации звуковой энергии в грунт. Поскольку эти волны распространяются в проводящей среде в геомагнитном поле, они индуцируют токи, магнитные поля которых могут быть измерены не только в воде, но и над ее поверхностью, где нет самих акустических волн [Конторович, 1961, 1962]. Расчету такого индуцированного поля и посвящена данная работа.

### 2. ИНДУЦИРОВАННОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НОРМАЛЬНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ МОД

Зная поле акустических скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  можно по закону Ома рассчитать индуцированные токи в морской воде  $\mathbf{j} = \sigma[\mathbf{v}, \mathbf{F}]$  ( $\sigma$  – электропроводность морской воды,  $\mathbf{F}$  – индукция геомагнитного поля), а зная токи, найти индуцированное магнитное поле по закону Био-Савара-Лапласа:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{[[\mathbf{v}(\mathbf{r}'), \mathbf{F}], (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}. \quad (1)$$

В работах [Фонарев и др., 1983; Савченко и др., 1999] было рассчитано индуцированное электромагнитное поле гармонической акустической волны в безграничном океане. В данной работе мы рассмотрим простую модель океана как акустического волновода постоянной глубины  $H$ , ограниченного сверху свободной поверхностью, а снизу упругим полупространством. Пренебрегая стратификацией морской воды, будем считать ее однородной средой, характеризующейся плотностью  $\rho_0$  и скоростью звука  $c_0$ . Будем полагать, что снизу океан ограничен однородной изотропной средой с плотностью  $\rho_1$  и скоростью звука  $c_1$ , причем полагаем, что в этой среде распространяются только продольные акустические волны (так называемая модель “твердой жидкости” [Исакович, 1973]).

Вычисленное в рамках этой модели акустическое давление плоской волны частотой  $\omega$ , распространяющейся в направлении оси  $x$  без диссипации энергии в грунт, равно [Исакович, 1973]:

$$P = -iP_0 e^{ik_x x} \sin k_z (H - z) e^{ik_x x}. \quad (2)$$

(Оси  $x$  и  $y$  системы координат горизонтальны, ось  $z$  направлена вертикально вверх, начало координат находится на дне.) Волновые числа  $k_x$  и  $k_z$  связаны соотношением  $k_x^2 + k_z^2 = k^2$ ,  $k = \omega/c_0$ , при этом  $k_z$  является решением уравнения:

$$k_z H = \frac{2l-1}{2} \pi + \arctg \frac{\sqrt{(1-n^2)k^2 - k_z^2}}{mk_z}, \quad (3)$$

где  $l = 1, 2, 3 \dots$  – номер нормальной моды,  $m = \rho_1/\rho_0$ ,  $n = c_0/c_1$ ,  $n < 1$ .

Используя (2) и равенство  $\mathbf{v} = \frac{1}{i\rho_0\omega} \text{grad}P$ , вычислим компоненты скорости:

$$\begin{aligned} v_z &= \frac{P_0 e^{ik_z H}}{\rho_0 \omega} k_z \cos k_z (H-z) e^{ik_x x} \\ v_x &= \frac{P_0 e^{ik_z H}}{\rho_0 \omega} k_x \cos k_z (H-z) e^{ik_x x} \\ v_y &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) получим связь между компонентами  $B_i$  индуцированного поля  $\mathbf{B}$  в точке с координатами  $(0, 0, h)$  и компонентами  $F_j$  геомагнитного поля  $\mathbf{F}$ , которую запишем в матричном виде:

$$B_i = D_{ij} F_j, \quad \text{где} \quad D_{ij} = \frac{\mu_0 \sigma}{2\pi} \int \frac{G_{ij} dx' dz'}{x'^2 + (h-z')^2}, \quad (5)$$

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} v_z(h-z') & 0 & -v_x(h-z') \\ 0 & -v_x x' + v_z(h-z') & 0 \\ v_z x' & 0 & -v_x x' \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Таким образом, величина и направление индуцированного поля определяется величиной и направлением  $\mathbf{F}$  и ненулевыми компонентами матрицы  $D_{ij}$ . Выполнив интегрирование [Градштейн и Рыжик, 1963], эти ненулевые компоненты можно записать в виде: при  $h > H$  (точка наблюдения над поверхностью моря):

$$\begin{aligned} D_{11} &= A \frac{k_z}{k^3} (k_x e^{-k_x(h-H)} - e^{-k_x h} (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H)), \\ D_{31} &= D_{11} \end{aligned} \quad (7)$$

$$D_{13} = A \frac{ik_x}{k^3} (k_x e^{-k_x(h-H)} - e^{-k_x h} (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H)),$$

$$D_{33} = D_{13}, \quad D_{22} = D_{11} + D_{33},$$

а при  $h < H$  (точка наблюдения под поверхностью моря):

$$\begin{aligned} D_{11} &= A \frac{k_z}{k^3} (k_x e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times \\ &\times (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H) - 2k_z \sin k_z (H-h)), \\ D_{13} &= A \frac{ik_x}{k^3} (-k_z e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H) + 2k_z \cos k_z (H-h)), \\ D_{31} &= A \frac{k_z}{k^3} (-k_x e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times \end{aligned} \quad (8)$$

$$\times (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H) + 2k_x \cos k_z (H-h)),$$

$$D_{33} = A \frac{ik_x}{k^3} (k_z e^{-k_x(H-h)} - e^{-k_x h} \times$$

$$\times (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H) + 2k_z \cos k_z (H-h)),$$

При  $h = H$ , формулы (7) и (8) совпадают и приводят к следующим значениям коэффициентов матрицы  $D_{ij}$ :

$$D_{11} = A \frac{k_z}{k^3} (k_x - e^{-k_x H} (k_x \cos k_z H - k_z \sin k_z H)),$$

$$D_{13} = A \frac{ik_x}{k^3} (k_z - e^{-k_x H} (k_x \sin k_z H + k_z \cos k_z H)), \quad (9)$$

$$D_{31} = D_{11}, \quad D_{33} = D_{13}, \quad D_{22} = D_{11} + D_{33}.$$

Коэффициенты  $D_{ij}$ , вычисленные по формулам (9), зависят от частоты  $\omega = c_0 k$  и номера  $l$  нормальной моды. Если рассмотреть первую нормальную моду, которая возбуждается при  $k \geq k_{\text{кр}} = \frac{1}{2H} \frac{\pi}{\sqrt{1-n^2}}$ , численный расчет показывает, что коэффициенты  $D_{ij}$  (и, следовательно, компоненты индуцированного магнитного поля) убывают при росте  $k$  имея максимум при  $k = k_{\text{кр}}$ . Эти максимальные значения таковы:

$$\begin{aligned} D_{11}^{\text{max}} &= \frac{2AH}{\pi} (1-n^2)^{3/2} \left( 1 + \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{\pi n}{2\sqrt{1-n^2}}\right) \right) \\ D_{13}^{\text{max}} &= \frac{2iAH}{\pi} (1-n^2)^{3/2} \left( 1 - n \exp\left(-\frac{\pi n}{2\sqrt{1-n^2}}\right) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Величина индуцированного магнитного поля  $B_{\text{инд}}$  имеет порядок  $B_{\text{инд}} \sim \frac{\mu_0 \sigma P_0 H F}{\rho_0 c_0}$ , где  $P_0$  – акустическое давление в точке наблюдения. Подставляя в эту формулу численные значения, получим  $B_{\text{инд}} \sim 10^{-13} P_0$ . Таким образом, чтобы оценить возможность измерения  $B_{\text{инд}}$ , нужно знать порядок акустического давления  $P_0$ , соответствующего наблюдаемому акустическим волнам. В работе [У Тон Иль и др., 2005] приведены данные акустических измерений, на расстояниях порядка нескольких сотен километров от места землетрясения. Согласно этим данным, амплитуды акустических сигналов лежали в диапазоне 10–60 Дб, что соответствует акустическим давлениям от  $2.1 \times 10^{-3}$  до  $2.1 \times 10^2$  Па. Используя эти значения, получим,

что величина  $B_{\text{инд}}$  будет иметь порядок от  $10^{-16}$  до  $10^{-11}$  Тл.

Для магнитной регистрации звуковых волн, вызванных подводными землетрясениями, измерения необходимо производить в инфразвуковом диапазоне  $-0.5-5$  Гц, в котором индуцированное магнитное поле наиболее велико и может быть измерено над поверхностью океана.

Проанализируем поведение компонент магнитного поля в области частот, где существует только одна (первая) нормальная мода. Это диапазон частот от  $\nu_1$  до  $3\nu_1$ , где  $\nu_1 = \frac{c_0}{H} \frac{1}{4\sqrt{1-n^2}}$ . Та-

кой выбор частотного диапазона обусловлен тем, что, как показывает расчет, в области частот, где появляются вторая, третья и т.д. моды, амплитуда индуцированного поля (просуммированная по всем существующим модам) все равно меньше, чем амплитуда индуцированного поля при частотах, близких к  $\nu_1$  (рис. 1).

Введем углы  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющие ориентацию вектора  $\mathbf{F}$  геомагнитного поля следующим образом:

$$F_x = F_0 \sin \alpha \cos \beta, \quad F_y = F_0 \sin \alpha \sin \beta, \\ F_z = F_0 \cos \alpha.$$

Подставляя эти выражения в (5), вычислим амплитуды компонент индуцированного поля по координатным осям ( $B_x, B_y, B_z$ ) и по направлению горизонтальной составляющей геомагнитного поля ( $B_\tau$ ):

$$B_x = F_0 \sqrt{D_{13}^2(h) + (D_{11}^2(h) \cos^2 \beta - D_{13}^2(h)) \sin^2 \alpha} \\ B_y = F_0 \sqrt{D_{11}^2(h) + D_{33}^2(h) \sin \alpha \sin \beta} \\ B_z = F_0 \sqrt{D_{33}^2(h) + (D_{31}^2(h) \cos^2 \beta - D_{33}^2(h)) \sin^2 \alpha} \quad (11) \\ B_\tau = F_0 \times \\ \times \sqrt{D_{11}^2(h) \sin^2 \alpha + (D_{13}(h) \cos \alpha \cos \beta + D_{33} \sin \alpha \sin^2 \beta)^2}$$

Перейдем теперь к анализу возможности определения направления распространения звуковой волны по индуцированному магнитному полю. Над поверхностью воды у матрицы  $D_{ij}$  есть только два независимых элемента. Эти два элемента (в качестве которых можно взять, например,  $D_{11}$  и  $D_{13}$ ), а также угол  $\beta$  между направлением волны и горизонтальной компонентой геомагнитного поля нужно считать неизвестными, которые должны быть определены из результатов измерений. Собственно говоря, возможность такого определения и есть возможность определить направление акустической волны. Покажем, что эти три неизвестные можно выразить через амплитуды индуцированного поля по трем взаимно перпен-

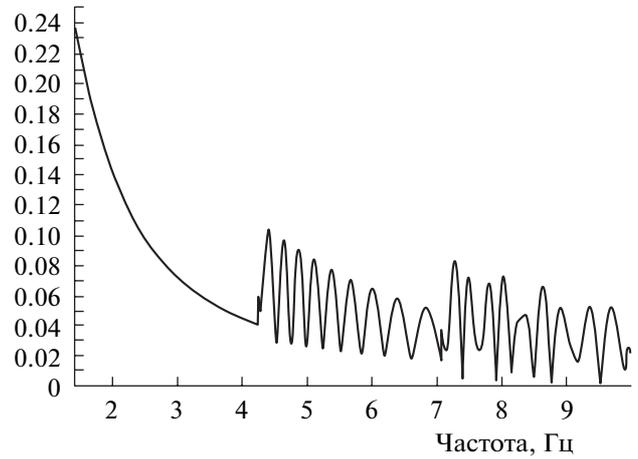


Рис. 1. Зависимость индуцированного магнитного поля (в единицах  $AHF_0$ ) (просуммированного по нормальным модам), от частоты звуковой волны.

дикулярным направлениям — вертикальному ( $B_z$ ), по направлению горизонтальной компоненты геомагнитного поля ( $B_\tau$ ) и по перпендикулярному к этим двум направлениям —  $B_n$ . Используя выражения (8) и (11), запишем квадраты этих трех компонент как функции от  $D_{11}, D_{13}, \beta$  и  $\alpha$  — угла между вертикалью и направлением геомагнитного поля:

$$|B_z|^2 = D_{11}^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + D_{13}^2 \cos^2 \alpha$$

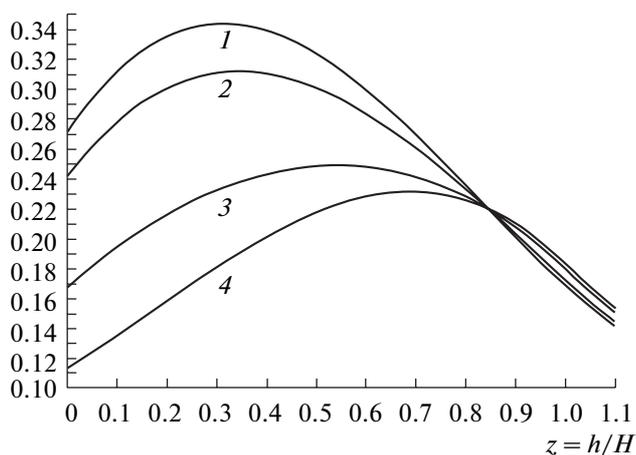
$$|B_\tau|^2 = D_{11}^2 \sin^2 \alpha + D_{13}^2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin^2 \beta)^2 \quad (12)$$

$$|B_n|^2 = D_{13}^2 (\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta \cos \beta)^2.$$

Исключая из системы (12)  $D_{11}$  и  $D_{13}$  и вводя обозначения  $a^2 = \frac{|B_z|^2}{|B_n|^2}$  и  $b^2 = \frac{|B_\tau|^2}{|B_n|^2}$  (эти величины определяются по данным измерений), получим уравнение из которого определяется угол  $\beta$ :

$$(a^2 \cos^2 \beta - b^2)(\text{tg } \alpha \cos \beta - 1) = \\ = [(\cos \beta + \text{tg } \alpha \sin^2 \beta) \cos \beta + 1]. \quad (13)$$

Значение  $\beta$  определяет угол между направлением акустической моды и горизонтальной компонентой геомагнитного поля в точке наблюдения. Вообще говоря, направление распространения акустической волны не обязательно совпадает с направлением на источник волн (за исключением случая, когда глубина океана всюду постоянна). В общем случае значение  $\beta$  может быть достаточно сложным образом связано с направлением на источник. Определение этой связи есть самостоятельная задача, которую невозможно решить без сведений о рельефе дна.



**Рис. 2.** Зависимость компоненты  $B_z$  индуцированного магнитного поля (в единицах  $AHF_0$ ), от  $z$ . Частота — 1.42 Гц,  $\beta = 40^\circ$ , для кривых 1–4,  $\alpha$  равно 0, 30, 60 и  $90^\circ$  соответственно.

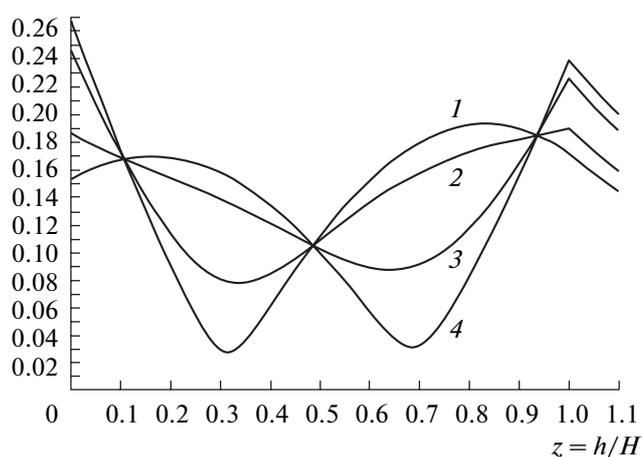
Рассмотрим возможность оценки расстояния до источника акустических волн по данным магнитных измерений. О возможности произвести такую оценку свидетельствует то обстоятельство, что в рамках модели волноводного распространения звука существует связь спектра индуцированного магнитного поля с расстоянием до источника. Эта связь возникает потому, что различные акустические моды распространяются с различными скоростями и результат их интерференции зависит от пройденного пути. Расчет показывает, что в области частот, где существуют две нормальные моды, характер зависимости результирующего поля от частоты заметно различный, для разных расстояний до источника. И хотя та простая модель, в рамках которой получены эти результаты, вряд ли может быть непосредственно использована для количественных оценок, вполне можно предположить, что связь между спектром индуцированного поля и расстоянием до источника будет и в более реалистических моделях.

Кроме того, для определения расстояния до источника можно использовать и сейсмические данные — оценка расстояния может быть произведена путем сопоставления времен прихода в точку наблюдения сейсмических и гидроакустических волн.

Дальнейший анализ поведения компонент индуцированного поля в зависимости от  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $h$  и  $\nu$  мы производили численно. Расчеты позволяют сделать следующие выводы.

### 3. ВЫВОДЫ

1. Все компоненты поля уменьшаются с увеличением высоты над поверхностью воды при любых значениях остальных параметров.



**Рис. 3.** Зависимость компоненты  $B_\tau$  индуцированного магнитного поля (в единицах  $AHF_0$ ), от  $z$ . Частота — 1.42 Гц,  $\beta = 0^\circ$ , для кривых 1–4,  $\alpha$  равно 10, 30, 60 и  $80^\circ$  соответственно.

2. Вблизи поверхности зависимость от частоты всех компонент поля является монотонно убывающей при любой ориентации геомагнитного поля.

3. Вертикальная компонента индуцированного поля  $B_z$  монотонно убывает (в 4–6 раз) с ростом частоты при любых значениях остальных параметров. Максимальное значение  $B_z$ , которое достигается при частоте  $\nu_1$ , может быть вычислено по формулам (10)–(11).

4. Зависимость компоненты  $B_z$  от  $z = h/H$  имеет максимум при некотором  $z_m$ . При  $H = 400$  м,  $\nu = 1.42$  (близко к  $\nu_1$ ) и  $\beta = 0$ ,  $z_m$  монотонно увеличивается от 0.31 при  $\alpha = 0$ , до 0.69 при  $\alpha = 90$ . Все профили  $B_z(z)$  при  $\beta = \text{const}$  для различных  $\alpha$  пересекаются в одной точке  $z_c$  (рис. 2). (Такое поведение  $B_z(z)$  объясняется формулами (11) — если  $h_c$  — корень уравнения  $D_{13}(h)\cos\beta = \pm D_{33}(h)$ , то при  $z_c = h_c/H$ ,  $B_z(z)$  не зависит от  $\alpha$ .)

5. Зависимость компоненты  $B_\tau$  от частоты примерно аналогична частотной зависимости  $B_z$ , хотя убывание не такое быстрое. А при больших глубинах, частотная зависимость  $B_\tau$  становится немонотонной.

6. Зависимость  $B_\tau$  от глубины имеет достаточно сложный вид (рис. 3), причем различный для разных интервалов остальных параметров. Вблизи поверхности,  $B_\tau(z)$  ведет себя следующим образом. При  $\alpha$  меньших некоторого значения (около  $20^\circ$ ),  $B_\tau$  растет с глубиной, а при больших значениях  $\alpha$  — падает.

7. Направление распространения акустической волны можно определить измерив над поверхностью океана три компоненты индуцированного магнитного поля —  $B_z$ ,  $B_\tau$  и  $B_n$  используя уравнение (13). Существует связь между спектром индуцированного магнитного поля и расстоянием, пройденным акустической волной.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Конторович В.М.* О магнитогидродинамическом эффекте в океане // Докл. АН СССР. Сер. геофиз. 137. № 3. С. 576–579. 1961.
- *Конторович В.М.* Магнитная гидродинамика океана // Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы. Рига: Изд-во АН Латв. ССР, С. 171–177. 1962.
- *Фонарев Г.А., Смагин В.П., Савченко В.Н.* Электромагнитные эффекты акустической волны в океане // Электромагнитные исследования в океане. Владивосток: Изд-во ДВНЦ АН СССР, С. 119–122. 1983.
- *Мурти Т.С.* Сейсмические морские волны цунами. Л.: Гидрометеиздат, 448 с., 1981.
- *Савченко В.Н., Смагин В.П., Фонарев Г.А.* Вопросы морской электродинамики. Владивосток, ВГУЭС, 208 с., 1999.
- *Исакович М.А.* Общая акустика, М.: “Наука”, 496 с., 1973.
- *Градиштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ФМ, 1100 с., 1963.
- *У Тон Иль, А.А. Таболяков, В.Н. Храмушин.* Методические разработки прогноза сильных землетрясений гидроакустическими методами (использование сейсмогидроакустической локации местоположения очагов землетрясений) // Морские исследования и технологии изучения природы Мирового океана. Вып. 1. Под ред. выпуска В.Н. Храмушин. – Владивосток: ДВО РАН, 192 с., 2005.