УДК 658.51:622

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ В УГОЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ НА УРОВНЕ РЕГИОНА

[1]Ембулаев В.Н., [2]Тонких А.И.

[1]Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, Владивосток, e-mail: Vladimir.Embulaev@vvsu.ru;

[2]Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, e-mail: tai_43@mail.ru

Организационная структура управления угольной промышленностью на уровне региона представляет собой трёхуровневую (многоуровневую) иерархическую структуру, в которой общую задачу управления можно представить как состоящую из нескольких «элементарных» двухуровневых подсистем. Математическое описание задачи взаимодействия между элементами в многоуровневой иерархической структуре основано на обобщении полученных результатов для двухуровневых подсистем. В каждой двухуровневой подсистеме на верхнем уровне имеется один элемент, который связан с несколькими элементами на нижнем уровне. Взаимодействие между элементами происходит по следующей схеме: для каждого элемента на нижнем уровне конструируется задача векторной оптимизации и решение, оптимальное для всей подсистемы, ищется в пределах эффективного множества (множества Парето) значений этой задачи. На основе этой процедуры взаимодействия между элементами в целях поиска оптимального решения были разработаны безытеративный (однократный обмен информацией между уровнями) и итеративный (многократный обмен информацией между уровнями) алгоритмы координации.

Ключевые слова: угольная промышленность, регион, управление, иерархическая многоуровневая структура, взаимодействие элементов.

FORMALIZATION OF MANAGEMENT TASKS IN COAL INDUSTRY IN THE REGION

[1]Embulaev V.N., [2]Tonkikh A.I.

[1]Vladivostok State University of Economics and Service, Vladivostok, e-mail: Vladimir.Embulaev@vvsu.ru;

[2]Far Eastern Federal University, Vladivostok, e-mail: tai_43@mail.ru

Organizational structure of management of the coal industry in the region is a three-tiered (multi-level) hierarchical structure in which the overall control problem can be thought of as consisting of several «elementary» two-level subsystems. Mathematical description of the interaction problem between cells in a multi-level hierarchical structure based on generalization of the results obtained for two-level subsystems. In each two-level subsystem at the top level there is one element that is associated with multiple elements on the lower level. The interaction between the elements occurs according to the following scheme: for each item on the lower level is constructed, the task of vector optimization and the decision that is right for entire subsystem is searched within the efficient set (Pareto set) of values that task. Based on this procedure, interaction between elements in order to find optimal solutions have been developed basicerotini (single information exchange between levels) and iterative (repeated exchange of information between the levels) algorithms for coordination.

Keywords: coal industry, region, management, multi-level hierarchical structure, the interaction of elements

В состав Дальневосточного экономического региона входят 9 субъектов Федерации: Республика Саха, Приморский, Хабаровский и Камчатский края, Амурская, Магаданская и Сахалинская области, Еврейская автономная область и Чукотский автономный округ. В каждом из них имеется несколько угольных месторождений. Например, в Приморском крае имеется 6 угольных месторождений: Бикино-Уссурийское, Ханкайское, Угловское, Партизанское, Раздольненское. На каждом угольном месторождении имеется несколько шахт и разрезов. Например, на Раздольненском месторождении имеются следующие шахты и разрезы: Липовецкий, Ильичёвский, Константиновский, Уссурийский и Алексее-Никольский [1, 2].

Следовательно, объект управления угольной промышленностью на уровне региона можно представить в виде трёхуровневой иерархической структуры (см. рисунок): регион – субъекты Федерации – угольные месторождения. В свою очередь и субъект управления тоже может быть представлен в виде трёхуровневой иерархической структуры: регион (1-й уровень) управляет субъектами Федерации, субъект Федерации (2-й уровень) управляет угольными месторождениями, которые (3-й уровень) управляют шахтами и разрезами.

Такое описание объекта и субъекта управления в угольной промышленности на уровне региона позволяет рассматривать данную трёхуровневую иерархическую структуру управления как бы состоящую из конечного числа двухуровневых подсистем, в которых на верхнем уровне (на первом и втором уровнях) имеются по одному элементу, а на соответственно нижнем уровне (на втором и третьем уровнях) имеется по несколько элементов, причём каждый из них связан с одним и только с одним элементом на верхнем уровне. Это означает, что общая задача управления в угольной промышленности на уровне региона разбивается на ряд локальных (двухуровневых) подзадач, решаемых соответствующими органами управления. В работе [3] была рассмотрена постановка задачи управления в системе с двухуровневой иерархической структурой и разработаны итеративные и безытеративные алгоритмы координации в таких системах. Теперь попытаемся обобщить полученные результаты и для иерархических систем, в которых имеется больше чем два уровня (на примере региона с трёхуровневой иерархической структурой).

Представленная на рисунке иерархическая структура имеет К = 3 уровня, на каждом из которых содержится по N_k элементов, где $k \in [1, K]$ ($N_1 = 1$, $N_2 = 5$, $N_3 = 11$). Каждый элемент k-го уровня, начиная со второго, связан с одним и только с одним элементом вышестоящего уровня. Это позволяет ввести обозначение множества $J_{ki}, k \in [1, K-1]$, соответствующее множеству индексов элементов (k + 1)-го уровня, относящихся к элементу (k, i) – i-й элемент k-го уровня. (На рисунке имеем, что $J_{11} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $J_{21} = \{1; 2; 3\}$, $J_{22} = \{4; 5\}$, $J_{23} = \{6; 7\}$, $J_{24} = \{8\}$, $J_{25} = \{9; 10; 11\}$).

Для множества J_{ki} справедливы свойства:

$$\bigcup_{i \in [1, N_k]} J_{ki} = [1, N_{k+1}]; \quad J_{ki_1} \bigcap J_{ki_2} = \varnothing$$

при $i_1 \neq i_2$.

Далее будем считать, что состояние элемента (k, i) характеризуется вектором x_{ki}, где $k \in [1, K]$, $i \in [1, N_k]$, передаваемые на верхний уровень показатели этого элемента обозначаются вектором $F_{ki}(x_{ki})$, а $\Phi_{ki}(x_{ki})$ является векторным критерием элемента.

Взаимосвязь между элементами на разных уровнях задаётся следующим соотношением:

$$x_{ki} = \{F_{k+1\,j},\ j \in J_{ki}\},\ k \in [1, K-1],\ i \in [1, N_k], \quad (1)$$

(на рисунке $x_{11} = (F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{24}, F_{25})$, $x_{21} = (F_{31}, F_{32}, F_{33})$ и т.д.). Согласно введённым обозначениям, состояние элемента (k, i) определяется совокупным вектором показателей элементов (k + 1)-го уровня, относящихся к элементу (k, i).

Укажем ограничения, которым должны удовлетворять векторы x_{ki}.

Для K-го (самого нижнего) уровня ограничения записываются в виде

$$x_{Ki} \in X_{Ki},\ i \in [1, N_K], \quad (2)$$

где X_{Ki} – некоторые множества.

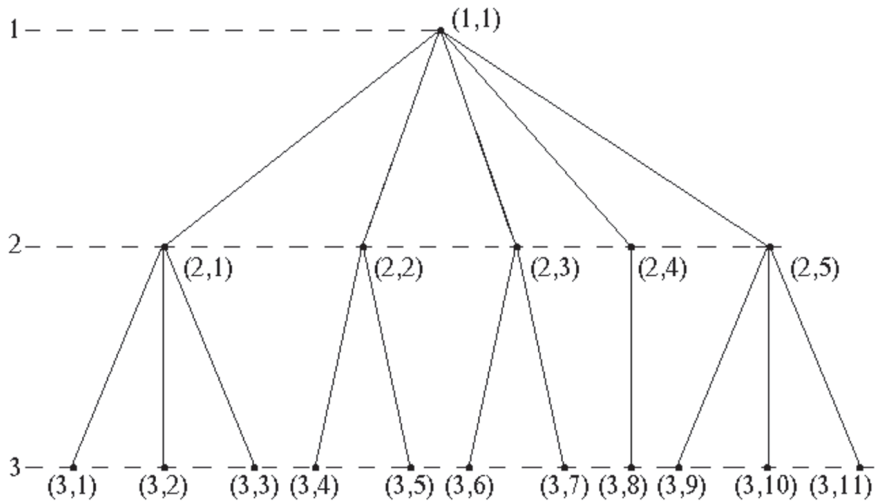
Векторы x_{ki}, где $k \in [1, K-1]$, должны удовлетворять ограничениям

$$x_{ki} \in X_{ki} = X^1_{ki} \bigcap X^2_{ki}, \quad (3)$$

где

$$X^1_{ki} = \langle x_{ki} = \{F_{k+1j},\ j \in J_{ki}\} / F_{k+1j} = F_{k+1j}(x_{k+1j});\ x_{k+1j} \in X_{k+1j} \rangle;\ X^2_{ki} = \langle x_{ki} / H_{ki}(x_{ki}) \geq b_{ki} \rangle,$$

где H_{ki} – вектор функции; b_{ki} – векторы.



Система элементов трёхуровневой иерархической структуры

Так, например, для элемента при k = 2 и i = 1 имеем: $x_{21} = (F_{31}, F_{32}, F_{33})$;

$$X_{21}^1 = \langle x_{21} = (F_{31}(x_{31}), F_{32}(x_{32}), F_{33}(x_{33}))/x_{3i} \in X_{3i},\ i = 1, 2, 3 \rangle;$$

$$X_{21}^2 = \langle x_{21}/H_{21}(x_{21}) \geq b_{21} \rangle.$$

В связи с совпадением целевых функций системы и элемента первого уровня их можно записать как

$$H_{11}(x_{11}) \to \max. \tag{4}$$

Данные теоретические изложения показывают, что формализация задачи управления в системе с многоуровневой иерархической структурой является задача (1)–(4). А в работе [4] показано, что такие задачи имеют решение в виде

$$x^* = \left\{ x_{ki}^*,\ k \in [1, K],\ i \in [1, N_k] \right\}.$$

Для решения данной задачи, аналогично, как и для двухуровневых иерархических систем, введём следующее предположение: для элементов всех уровней, начиная со второго, выполняются условия

$$x_{ki}^* \in P_{ki}^X,$$

где P_{ki}^X – множество Парето задачи векторной оптимизации

$$\Phi_{ki}(x_{ki}) \to \max,\ k \in [2, K],\ k \in [2, K],\ i \in [1, N_k],$$

где Φ_{ki} – векторный критерий элемента (k, i).

Чтобы вводимое предположение выполнялось достаточно задать условия в виде следующего *утверждения*: пусть для функций H_{ki} и F_{ki} выполняются следующие условия монотонности:

1) $x_{ki}^1 \geq x_{ki}^2 \Rightarrow H_{ki}(x_{ki}^1) \geq H_{ki}(x_{ki}^2),\ k \in [2, K],\ i \in [1, N_k]$;
2) $x_{ki}^1 \geq x_{ki}^2 \Rightarrow F_{ki}(x_{ki}^1) \geq F_{ki}(x_{ki}^2),\ k \in [2, K],\ i \in [1, N_k]$;
3) $x_{11}^1 \geq x_{11}^2 \Rightarrow H_{11}(x_{11}^1) \geq H_{11}(x_{11}^2)$.

И если положить, что

$$\Phi_{ki}(x_{ki}) = F_{ki}(x_{ki}),\ k \in [1, K-1],\ i \in [1, N_k],$$

то этого вполне достаточно, чтобы убедиться в справедливости вводимого предположения, т.е. вектор показателей выбрать в качестве векторного критерия элементов.

Если считать, что вводимое предположение не выполняется, то существует элемент (k_0, i_0) (при доказательстве данного утверждения будем считать, что $i_0 = 1$), для которого найдётся такая точка $\overline{x}_{k_0 1} \in X_{k_0 1}$, что $F_{k_0 1}(\overline{x}_{k_0 1}) \geq F_{k_0 1}(x_{k_0 1}^*)$. Но поскольку $\overline{x}_{k_0 1} \in X_{k_0 1}$, тогда найдутся элементы $\overline{x}_{k_0+1j} \in X_{k_0+1j},\ j \in J_{k_0 1}$, такие, что $\overline{x}_{k_0 1} = \left\{ F_{k_0+1j}(\overline{x}_{k_0+1j}),\ j \in J_{k_0 1} \right\}$.

И если теперь из точки $(k_0, 1)$ опускаться вниз по пирамиде, то неизбежно обнаружим, что существуют допустимые векторы $\overline{x}_{k_0+2j}, ..., \overline{x}_{Kj}$, позволяющие достигнуть вектор $\overline{x}_{k_0 1}$.

При движении по пирамиде вверх от элемента (k_0, 1) на вышестоящие уровни $k_0 - 1, k_0 - 2, ..., 2, 1$, на каждом из них тоже будут элементы с первыми номерами в пределах своего уровня: $(k_0 - 1, 1)$, $(k_0 - 2, 1), ..., (2, 1), (1, 1)$.

Рассмотрим точку

$$\overline{x}_{k_0-11} = \langle \overline{F}_{k_0 1},\ \left\{ F_{k_0 j}^*,\ j \underset{j \neq 1}{\in} J_{k_0-11} \right\} \rangle.$$

Но поскольку $\overline{F}_{k_0 1} \geq F_{k_0 1}^*$, то из этого следует, что $\overline{x}_{k_0-11} \geq x_{k_0-11}^*$. А из условий монотонности (см. *утверждение*) вытекает, что $F_{k_0-11}(\overline{x}_{k_0-11}) \geq F_{k_0-11}^*$ и $H_{k_0-11}(\overline{x}_{k_0-11}) \geq H_{k_0-11}(x_{k_o-11}^*) \geq b_{k_0-11}$. А это соответствует тому, что $\overline{x}_{k_0-11} \in X_{k_0-11}$.

Аналогичные рассуждения приводят к тому, что существует некоторая точка $\overline{x}_{11}$, $\overline{x}_{11} \in X_{11}$ и что выполняется $\overline{x}_{11} \geq x_{11}^* \Rightarrow H_{11}(\overline{x}_{11}) > H_{11}(x_{11}^*)$. А это противоречит оптимальности точки x_{11}^*.

В работе [3] осуществлена математическая постановка задачи управления в системе с двухуровневой иерархической структурой, и предложены безытеративный и итеративный алгоритмы координации в качестве решения данной задачи. При безытеративном алгоритме координации происходит однократный обмен информацией между уровнями. При итеративном алгоритме координации оптимальное решение определяется в ходе многократного обмена информацией между уровнями.

Теперь попытаемся обобщить эти методы решения и для задач управления в системах с многоуровневой иерархической структурой.

Безытеративный алгоритм координации. Для элементов самого нижнего K-го уровня вводятся в рассмотрение задачи векторной оптимизации

$$\Phi_{Ki}(x_{Ki}) \to \max; \quad x_{Ki} \in X_{Ki},\ i \in [1, N_K]. \quad (5)$$

Предположим, что вектор

$$S_{Ki} = \left\{F_{Ki}(x_{Ki}),\ x_{Ki} \in P_{Ki}^X\right\}$$

является вектором решения задачи. Подымаясь по пирамиде вверх на (K–1)-й уровень, передаётся множество Q_{Ki}, которое является подмножеством множества S_{Ki}. В частности, может быть $Q_{Ki} = S_{Ki}$.

Укажем несколько возможных вариантов задания множества Q_{Ki} [4, 5].

1. Если множество X_{Ki} состоит из конечного числа точек, то подмножество Q_{Ki} также состоит из конечного числа точек. При небольшом количестве точек $Q_{Ki} = S_{Ki}$. В противном случае методами кластерного анализа производится «сжатие» информации, в результате чего передаваемое подмножество Q_{Ki} будет содержать заданное число точек.

2. Задача векторной оптимизации (5) является задачей многокритериального линейного программирования, а показатели $F_{Ki}(x_{Ki})$ также являются линейными функциями. Тогда в качестве подмножества Q_{Ki} можно использовать линейную комбинацию эффективных крайних точек многогранника $Y_{Ki} = \left\{F_{Ki}(x_{Ki}),\ x_{Ki} \in X_{Ki}\right\}$ [6].

3. В случае, когда задача (5) является нелинейной многокритериальной задачей, можно аппроксимировать множество S_{Ki} конечной ε-сетью или проводить многогранную аппроксимацию.

Для элементов на уровнях K–1, ...,3, 2 вводятся задачи векторной оптимизации:

$$\Phi_{ki}(x_{ki}) \to \max;\ x_{ki} = \left\{F_{k+1j}, j \in J_{ki}\right\};$$

$$F_{k+1j} \in Q_{k+1j};\ H_{ki}(x_{ki}) \ge b_{ki},$$

где

$$k \in [2, K-1];\ i \in [1, N_k]. \quad (6)$$

Решая эти задачи, формируют подмножества Q_{ki}, являющиеся аппроксимацией множеств $S_{ki} = \left\{F_{ki}(x_{ki}),\ x_{ki} \in P_{ki}^X\right\}$.

Рассмотрим несколько частных случаев задачи (6).

1. Пусть подмножества Q_{k+1j} состоят из конечного числа точек, а функции Φ_{ki} и H_{ki} являются линейными. Тогда задача (6) является задачей многокритериального целочисленного программирования:

$$\sum_{j \in J_{ki}} A_{k+1j} F_{k+1j} \to \max;\ \sum_{j \in J_{ki}} e_{k+1j} F_{k+1j} \ge \beta_{ki};$$

$$F_{k+1j} \in Q_{k+1j},$$

где Q_{k+1j} – конечные множества, A_{k+1j} – прямоугольная матрица, B_{k+1j} – невырожденная подматрица (базис) матрицы (A_{k+1j}, I), где I – квадратная единичная матрица [7].

2. Подмножества Q_{k+1j} являются многогранниками, заданными своими вершинами F_{k+1j}^t, где $t \in [1, T_{k+1j}]$.

По-прежнему считая функции Φ_{ki} и H_{ki} линейными, получим задачу многокритериального линейного программирования:

$$\sum_{j \in J_{ki}} \sum_{t \in [1, T_{k+1j}]} A_{k+1j}^t \lambda_{k+1j}^t \to \max;$$

$$\sum_{j \in J_{ki}} \sum_{t \in [1, T_{k+1j}]} B_{k+1j}^t \lambda_{k+1j}^t \ge b_{ki};$$

$$\sum_{t \in [1, T_{k+1j}]} \lambda_{k+1j}^t = 1,\ j \in J_{ki}.$$

Подымаясь по пирамиде вверх и оказавшись на самом верхнем, первом уровне, решается обычная задача математического программирования:

$$H_{11}(x_{11}) \to \max;\ x_{11} = \left\{F_{2j},\ j \in [1, N_2]\right\};$$

$$F_{2j} \in Q_{2j},\ j \in [1, N_2].$$

Итеративный алгоритм координации. На примере многоуровневой иерархической системы, приведённой на рисунке, покажем схему итеративного алгоритма координации. Пусть $\omega^1 = (\omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}, \omega_{24}, \omega_{25})$ – вырабатываемый элементом самого верхнего, первого уровня координирующий сигнал, который посылается элементам второго уровня. После получения элементом (2, i), $i \in [1, 5]$ координирующего сигнала ω_{2i}, условием оптимальности функционирования можно представить в виде следующей задачи:

$$R(\omega_{2i}, x_{2i}) \to \max;$$

$$x_{2i} = \left\{F_{3j},\ j \in J_{2i}\right\};$$

$$H_{2i}(x_{2i}) \ge b_{2i};$$

$$F_{3j} \in Y_{3j} = \left\{F_{3j}(x_{3j}),\ x_{3j} \in X_{3j}\right\}. \quad (7)$$

Заметим, что задача (7) является рассмотренной в работе [3] задачей координации в двухуровневой системе, поэтому процедура решения заключается в том, что элементам третьего уровня координирующие сигналы формирует элемент (2, i). Эти координирующие сигналы позволяют осуществить свёртку многокритериальных задач элементов третьего уровня в задачи математического программирования:

$$R(\omega_{3j}, x_{3j}) \to \max;$$
$$x_{3j} \in X_{3j},\ j \in J_{2i}. \qquad (8)$$

На основе полученных результатов при решении задач (8) элемент (2, i) решает координирующую задачу и вырабатывает новые координирующие сигналы для элементов третьего уровня. В результате итеративного обмена информацией между элементом (2, i) и подчинёнными ему элементами третьего уровня определяется решение задачи (7), которое зависит от координирующего сигнала ω_{2i}.

Далее уже на самом первом уровне формируется и решается координирующая задача элемента, в результате чего появляется новое значение координирующего сигнала ω^1. Когда элементы (2, i) получат этот сигнал, то они начинают вновь решать задачи координации подчинённых им элементов из третьей группы. И этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет найден оптимальный координирующий сигнал ω^{1*}.

В работе показана возможность применения известных алгоритмов решения задач координации для трёхуровневых систем, состоящих из конечного числа двухуровневых подсистем (элементов). В зависимости от задания множества значений, описывающих состояние элементов в трёхуровневой системе, задачи координации могут быть представлены в виде задач целочисленного, линейного и математического программирования. А для таких задач разработаны и широко применяются на практике эффективные методы решения.

Список литературы

1. Яновский А.И. О состоянии и мерах по развитию угольной промышленности России // Уголь. – 2010. – № 8. – С. 3–11.

2. Ембулаев В.Н., Тонких А.И. Совершенствование управления предприятиями угольной промышленности в целях повышения конкурентоспособности: монография. – Владивосток: Изд-во «Дальнаука», 2010. – 243 с.

3. Ембулаев В.Н., Тонких А.И. Математическое описание задачи управления в угольной промышленности // Вестник ТОГУ. – 2011. – № 2 (21). – С. 129–138.

4. Johannes J. Vector Optimization: Theory, Applications, and Extensions. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2010. – 460 p.

5. Yu. K. Mashunin, K. Yu. Mashunin. Simulation and Optimal Decision Making the Design of Technical Systems (2. The decision with a criterion priority) // American Journal of Modeling and Optimization. – 2016. – Vol. 4. № 2. – P. 51–66.

6. Hirotaka N., Yeboon Y., Min Y. Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 197 p.

7. Ansari Q., and Jen-Chih Y. Recent Developments in Vector Optimization. Heidelberg, Dordrecht, London, New York: Springer, 2010. – 550 p.