

Теория принятия решений

Литература

О.И. Ларичев «Теория и методы принятия решений»

А.И. Орлов «Теория принятия решений»

А.Т. Зуб «Принятие управленческих решений»

А.Г. Мадера «Моделирование и принятие решений в менеджменте»

Принятие решений в условиях неопределенности

- В моделях в условиях полной неопределённости имеется несколько альтернатив и несколько состояний природы, но о вероятностях их наступления ничего неизвестно.

- ***Природа*** - Окружающие условия, обстановка или обстоятельства, в которых необходимо действовать при осуществлении операций.

Платежная матрица

Альтернативы

Платежи при различных состояниях природы

	C_1	...	C_n
A_1	a_{11}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	...	a_{2n}
...
A_m	a_{m1}	...	a_{mn}

Пример

Торговец прохладительными напитками продает напитки в сезон (в августе), а заказать их поставку от оптовика и оплатить заказ он должен уже в марте. Оптовик поставляет прохладительные напитки только малыми (1000 л), средними (2000 л) или крупными (3000 л) партиями.

Торговец закупает напитки в марте по цене 1 ден. ед./л, продает их в августе по цене 1,5 ден. ед./л, а если к концу сезона (к сентябрю) у него остаются нераспроданные напитки, он возвращает их оптовику, но уже по цене 0,7 ден. ед./л.

По своему прошлому опыту торговец знает, что объемы продаж прохладительных напитков зависят от состояния погоды в августе. Так, если в августе будет холодно, то объем продаж составит скорее всего 500 л, если прохладно — 900 л, если тепло — 2000 л и если жарко — 2800 л.

Торговцу необходимо принять решение о том, какую партию прохладительных напитков ему следует заказать у оптовика в марте, чтобы получить наибольшую прибыль от их продажи в августе.

Природа – состояние погоды в августе.

- Холодно (C_1) – низкий спрос (500 л).
- Прохладно (C_2) – средний спрос (900 л).
- Тепло (C_3) – хороший спрос (2000 л).
- Жарко (C_4) – отличный спрос (2800 л).

Возможные решения:

- закупить 1000 л (A_1);
- закупить 2000 л (A_2);
- закупить 3000 л (A_3).

- $\{\text{Платёж (прибыль)}\} = \{\text{Доходы от продажи}\} - \{\text{Затраты}\} + \{\text{Выручка от возврата нераспроданных напитков}\}$

- Платёжная матрица

Альтернативы	Прибыль			
	C1	C2	C3	C4
A1	100	420	500	500
A2	-200	120	1000	1000
A3	-500	-180	700	1340

Матрица рисков

Матрица рисков показывает, насколько рискует ЛПР, приняв неоптимальное решение при данном состоянии природы, и насколько при этом будут велики его убытки.

Алгоритм составления матрицы рисков

- построить платежную матрицу,
- в каждом столбце матрицы платежей, т. е. при каждом состоянии природы, найти максимальное значение платежа $\max\{a_{ij}\}, j = 1, 2, \dots, n$,
- на пересечении каждой строки i , соответствующей данной альтернативе, и каждого столбца j , вычисляется значение риска $r_{ij} = \max\{a_{ij}\} - a_{ij}$, равное разности между максимальным значением платежа в данном столбце и платежом, соответствующем данному решению,
- предыдущий этап вычисления рисков повторить для всех столбцов матрицы платежей.

- Матрица рисков торговца прохладительными напитками

Альтернативы	Риски			
	C1	C2	C3	C4
A1	0	0	500	840
A2	300	300	0	340
A3	600	600	300	0

Методы принятия решений в условиях неопределенности

- критерий Лапласа;
- максиминный критерий (критерий Вальда);
- максимаксный критерий;
- критерий минимаксного риска (критерий Сэвиджа);
- критерий пессимизма-оптимизма (критерий Гурвица).

Пример

Инвестор желает инвестировать свои деньги в акции одной из трех фирм, W, V и U. Прогнозируемые доходы на одну акцию (см. табл.) зависят от состояния экономики в будущем (например, через месяц, квартал, год и т. д.), которые инвестор оценивает как неблагоприятное, благоприятное и отличное.

Акции какой фирмы следует выбрать инвестору?

Платежная матрица операций инвестиций в акции

Акции фирм	Доход на одну акцию при различных состояниях экономики в будущем, %		
	Неблагоприятное	Благоприятное	Отличное
	(C ₁)	(C ₂)	(C ₃)
W	-9	15	28
V	2	12	18
U	-7	10	30

Матрица рисков инвестиций в акции

Акции фирм	Риск инвестора на одну акцию при различных состояниях экономики в будущем, %		
	Неблагоприятное	Благоприятное	Отличное
	(C ₁)	(C ₂)	(C ₃)
W	11	0	2
V	0	3	12
U	9	5	0

Критерий Лапласа (критерий равновозможных состояний)

- Если вероятности состояний абсолютно неизвестны, то они предполагаются быть равными

Алгоритм

- построить платежную матрицу;
- для каждой альтернативы A_i (т.е. в каждой строке) вычислить сумму платежей $l_i = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in}$;
- среди всех значений l_i выбрать максимальное;
- наилучшим считается решение, соответствующее максимальному значению ожидаемого платежа (l_{max})

Применение критерия Лапласа к модели выбора акций

Платежная матрица			
W	-9	15	28
V	2	12	18
U	-7	10	30

Акции фирм	Критерий Лапласа
W	34
V	32
U	33

Максиминный критерий (критерий Вальда)

Критерий позволяет принимать такое решение, которое гарантирует некоторый выигрыш даже при наступлении самого неблагоприятного состояния природы, так что при реализации более благоприятных состояний природы ЛПР получит больший выигрыш.

Алгоритм

- построить платежную матрицу;
- в каждой строке платежной матрицы выбрать минимальную величину платежа $v_i = \min \{a_{ij}\}$
- из всех найденных минимальных платежей v_i выбрать максимальное значение

$$v_{max} = \max \{ \min \{ a_{ij} \} \}$$

Пример

Платежная матрица			
W	-9	15	28
V	2	12	18
U	-7	10	30

Акции фирм	v_i
W	-9
V	2
U	-7

Максимаксный критерий

ЛПР, применяющее максимаксный критерий, склонно к риску и верит, что наступит такое состояние природы, при котором его выигрыш будет наибольшим. Для такого ЛПР выигрыш имеет большую значимость, чем проигрыш (выигрыш — все, проигрыш — ничто).

Алгоритм

- построить платежную матрицу;
- в каждой строке платежной матрицы выбрать максимальную величину платежа $m_i = \max \{a_{ij}\}$
- из всех найденных максимальных платежей m_i выбрать максимальное значение

$$m_{\max} = \max \{ \max \{ a_{ij} \} \}$$

Пример

Платежная матрица			
W	-9	15	28
V	2	12	18
U	-7	10	30

Акции фирм	m_i
W	28
V	18
U	30

Критерий минимаксного риска (критерий Сэвиджа)

ЛПР, применяющее критерий Сэвиджа, исходит из того, что всегда следует ожидать наступление наихудшего состояния природы, или хотя бы готовиться к нему. Однако в отличие от критерия Вальда, критерий Сэвиджа оперирует матрицей рисков.

Наилучшее решение по критерию Сэвиджа гарантирует получение наименьших потерь в наихудших условиях.

Алгоритм

- построить платежную матрицу;
- по платежной матрице построить матрицу рисков;
- в каждой строке матрицы рисков выбрать максимальную величину риска $s_i = \max \{a_{ij}\}$
- из всех найденных максимальных рисков s_i выбрать минимальное значение

$$s_{\min} = \min \{ \max \{ a_{ij} \} \}$$

Пример

Матрица рисков			
W	11	0	2
V	0	3	12
U	9	5	0

Акции фирм	S_i
W	11
V	12
U	9

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица

- Согласно этому подходу для каждого решения необходимо определить линейную комбинацию \min и \max выигрыша и взять ту стратегию, для которой эта величина окажется наибольшей.

Алгоритм

- построить платежную матрицу;
- в каждой строке платежной матрицы выбрать минимальный платеж $v_i = \min \{a_{ij}\}$ и максимальный платеж $m_i = \max \{a_{ij}\}$;
- назначить значение коэффициенту k ;
- для каждого решения определить сумму

$$h_i = k v_i + (1-k) m_i$$

- из всех полученных значений h_i выбрать максимальное (наилучшее по критерию Гурвица)

Коэффициент $0 \leq k \leq 1$;

- При $k = 0$ критерий Гурвица переходит в максимаксный критерий (крайний оптимизм);
- При $k = 1$ критерий Гурвица переходит в критерий Вальда (крайний пессимизм);
- При k близких к 0 выбор сдвигается в сторону оптимизма, при k близких к 1 – в сторону пессимизма.

Пример

(пусть $k = 0,6$)

Платежная матрица			
W	-9	15	28
V	2	12	18
U	-7	10	30

Акции фирм	v_i	m_i	h
W	-9	28	
V	2	18	
U	-7	30	

Акции фирм	v_i	m_i	h
W	-9	28	5,8
V	2	18	6
U	-7	30	7,8