ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Киселевская С.В.[1], Гемба В.Н.[2] ©

[1]К.ф.-м. н., доцент, кафедра математики и моделирования, Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, [2]к. э. н., доцент, кафедра математики и моделирования, Тихоокеанский государственный экономический университет

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО НЕОДНОРОДНОГО МЕТАГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация

В работе изучается сингулярная эллиптическая краевая задача в области на конусе, содержащей его вершину – особую точку. Определяются новые функциональные пространства, которые совпадают с пространствами Соболева-Никольского-Бесова вне особой точки. Также вводится понятие сигма-следа в особой точке.

Ключевые слова: сингулярные эллиптические краевые задачи, функциональные пространства, особые точки, операторы преобразования, σ -след.

Keywords: singular elliptic boundary problem, functional Spaces, special points, σ -traces.

В последние десятилетия построена общая теория эллиптических задач в областях, границы которых содержат особенности – углы, конические точки, ребра. Одной из основных работ здесь является монография С.А. Назарова, Б.А. Пламеневского [10]. Также можно отметить работы М. Костебеля, М. Доуж и др. (см. [11] и ссылки там), в которых рассматриваются как общие эллиптические системы, так и некоторые прикладные задачи электро- и магнитостатики. Рассмотренные в указанных работах особенности решений в угловых точках нами считаются слабыми и в рамках данной работы будут относится к регулярным – здесь речь идет о степенных особенностях с положительным показателем степени. В данной работе мы изучаем особенности, которые нельзя даже отнести к степенным, поскольку они структурно совпадают с изолированными особенностями аналитических или гармонических функций. Некоторые результаты по этой тематике опубликованы в [3–5].

Обозначим через Q_R, $0 < R \leq \infty$, открытый круговой конус с вершиной в точке O_Q с образующими длиной *R* и углового размера Φ, при этом под угловым размером понимается раствор сектора, получающийся из конуса путем разрезания его по одной из образующих и последующим развертыванием в плоский сектор *S*. Для определенности будем считать, что $\Phi < 2\pi$, случай $\Phi = 2\pi$ был разобран одним из авторов в работе [8].

Рассмотрим ограниченную область $\Omega_Q \subset Q$, для которой вершина конуса O_Q является граничной точкой, изолированной от остальной части границы, последнюю мы будем считать гладкой кривой класса C^∞ и обозначать через G_Q.

Обозначим через $\overline{R}$, $0 < \overline{R} < \infty$, максимальное расстояние от вершины конуса O_Q до границы G_Q, а через $R_o > 0$ – минимальное расстояние от вершины конуса O_Q до границы G_Q.

В дальнейшем, для определенности, мы будем считать, что операция $\mathcal{R}$ указанного разрезания (с последующим развертыванием) производится по образующей, проходящей через одну из наиболее удаленных от вершины точек границы G_Q.

Положим $\mathcal{R}Q_R = S_R \subset \mathbb{R}^2$, $\Omega = \mathcal{R}\Omega_Q$, $G = \mathcal{R}G_Q$ причем пусть, не ограничивая общности, точка $O = \mathcal{R}O_Q$ совпадает с началом координат на плоскости $\mathbb{R}^2$. Граница области $\Omega \subset S_{\overline{R}} \subset \mathbb{R}^2$ состоит из нескольких частей – точки *O*, разорванной гладкой кривой *G* и двух отрезков G', G'',